Η Μαθηματική Γλώσσα στα νέα διδακτικά εγχειρίδια του Δημοτικού Σχολείου

Μαστρογιάννης Αλέξης, Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης, Μεταπτυχιακός Φοιτητής
Μαλέτσκος Αθανάσιος, Msc, Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης Υπ. Δρ.

Η γλώσσα

Είναι γνωστό ότι η γλώσσα είναι όργανο επικοινωνίας και μέσο έκφρασης και σκέψης (Βάμβουκας, 2007) και ένας πολύ κοινός ορισμός θέλει τη «γλώσσα» ως «σύστημα επικοινωνίας» (Φιλιππάκη - Warburton, 1992). Η γλώσσα ορίζεται δηλαδή, ως ένα όργανο- μέσο επικοινωνίας μεταξύ των ανθρώπων, διατύπωση, όμως, που παραμένει γενική, εμπειρική και ατελής (Λιαπής, 1991).

Πολλοί και ποικίλοι ορισμοί έχουν προταθεί για τη γλώσσα, κατά καιρούς: «Γλώσσα είναι η έκφραση ιδεών μέσω φθόγγων που συνδυάζονται σε λέξεις, οι οποίες με τη σειρά τους συνδυάζονται σε προτάσεις. Με ανάλογο συνδυασμό προκύπτουν και οι σκέψεις από τις ιδέες» (Χένρυ Σουήτ, Άγγλος φωνητικός και γλωσσολόγος). Ακόμα, οι Αμερικανοί γλωσσολόγοι Μπέρναρντ Μπλοχ και Τζωρτζ Λ. Τρέιτζερ διατύπωσαν τον εξής ορισμό της γλώσσας στο έργο τους «Διάγραμμα της γλωσσολογικής αναλύσεως», το 1942: «Γλώσσα είναι ένα σύστημα αυθαίρετων φωνητικών συμβόλων με τα οποία επιτυγχάνεται η συνεργασία μιας κοινωνικής ομάδας» (Εγκυκλοπαίδεια «Πάπυρος Λαρούς Μπριτάννικα», 1996).

Ο όρος, πάντως, είναι του F. Saussure (1857-1913) που υπήρξε ο θεμελιωτής της σύγχρονης γλωσσολογίας και δηλώνει το σύνολο των γλωσσικών σημείων και των μεταξύ τους σχέσεων, το οποίο βρίσκεται στο μυαλό των ομιλητών μιας γλωσσικής κοινότητας και χάρη στο οποίο επικοινωνούν. Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό, λοιπόν, που είναι και ευρύτερα, αποδεκτός στη γλωσσολογία, «γλώσσα είναι κώδικας σημείων ορισμένης (γλωσσικής) μορφής, με τα οποία επιτυγχάνεται η επικοινωνία ανάμεσα στα μέλη μιας γλωσσικής κοινότητας», (Μπαμπινιώτης Γ, 1998; Λιαπής Β, 1991).

Ο όρος κώδικας σηματοδοτείται, ως ένα κλειστό και πεπερασμένο σύνολο συστατικών στοιχείων (φθόγγων, σημασιών, συντακτικών σχημάτων και κανόνων) με απεριόριστη δυνατότητα συνδυασμών (Μπαμπινιώτης Γ, 1998; Λιαπής Β,1991).

Η γλώσσα, λοιπόν, είναι ένας τέτοιος κώδικας σημείων ορισμένης γλωσσικής μορφής (γλωσσικά σημεία) μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η επικοινωνία. Γενικά με τον όρο γλωσσικό σημείο ορίζουμε το συμβατικό συνδυασμό ορισμένης σημασίας προς ορισμένη μορφή. Ήδη από τον 3ο π. Χ αιώνα οι Στωικοί φιλόσοφοι καθόρισαν το γλωσσικό σημείο ως μια διατεταγμένη τριάδα το σημαίνον, το σημαινόμενο και το τυγχάνον (Παπαδοπετράκης, 1999). Ο Σέξτος ο Εμπειρικός (180-250 μ. Χ, γιατρός και φιλόσοφος) γράφει σχετικά για τις γλωσσολογικές πεποιθήσεις των Στωικών: «Οι από της Στοάς, τρία φάμενοι συζυγείν αλλήλοις, το δε σημαινόμενον και το σημαίνον και το τυγχάνον, ων σημαίνον μεν είναι την φωνήν, οίον την «Δίων» σημαινόμενον δε αυτό το πράγμα το ύπ' αυτής δηλούμενον και ου ημείς αντιλαμβανόμεθα τη ημετέρα παρυφισταμένου διανοία, οι δε βάρβαροι ουκ επαΐουσι.

Καίπερ της φωνής ακούοντες τυγχάνον δε το εκτός υποκείμενον, ώσπερ αυτός ο Δίων».

Στα ονόματα, λοιπόν τρία πράγματα βρίσκονται σε άμεση αλληλεξάρτηση, τα εξής (Κρασανάκης, -):

- Το σημαίνον, η φωνή και κατ΄ επέκταση γραφή, π.χ. το όνομα "Δίων".
- Το σημαινόμενο, το δηλούμενο το οποίο γίνεται αντιληπτό εφ' όσον σκεφτόμαστε συγχρόνως αυτό που παριστά η φωνή, ενώ οι βάρβαροι (ξένοι) δεν το καταλαβαίνουν έστω και αν ακούσουν τη φωνή.
- Το τυγχάνον ή υποκείμενο, αυτό που υπάρχει ανεξάρτητα από μας, π.χ. ο Δίων.

Αυτή τη διάκριση τη συνέχισε και ο ιερός Αυγουστίνος διαγράφοντας και εξοβελίζοντας το τρίτο στοιχείο, όμως, το τυγχάνον, κάτι που υιοθέτησε πολύ αργότερα και ο F. Saussure. (Μαστρογιάννης Α & Μαλέτσκος Α, 2007).

Θα επιχειρήσουμε να διατυπώσουμε, τώρα, ένα φορμαλιστικό - μαθηματικό ορισμό. Σύμφωνα με αυτόν η γλώσσα εκλαμβάνεται ως ένα σύστημα που αποτελείται από 3 τουλάχιστον σύνολα (Δρόσος Κ., Καραζέρης Π., Παπαδοπετράκης Ε., 2006):

- Ένα σύνολο συμβόλων, πεπερασμένο ή αριθμήσιμα άπειρο, που καλείται και αλφάβητο (π.χ τα 21 γράμματα της ιταλικής γλώσσας ή τα 10 σημεία - ψηφία του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης).
- Ένα πεπερασμένο σύνολο συντακτικών κανόνων, το συντακτικό. Οι κανόνες αυτοί καθορίζουν τη διάταξη των συμβόλων, έτσι ώστε να προκύψουν ορθές ακολουθίες – λέξεις Για παράδειγμα για τα σύμβολα – γράμματα της ελληνικής γλώσσας ε, α, ν οι ακολουθίες εάν, ένα, ναέ, νέα είναι ορθές, ενώ, φυσικά, οι λέξεις ανε και αεν, δεν είναι επιτρεπτές – γραμματικώς σωστές. (Μαστρογιάννης Α & Μαλέτσκος Α, 2007).
- Ένα σύνολο σημασιολογικών κανόνων, τη σημαντική (Μητακίδης Γ, 1992). Μέσω των κανόνων αυτών, αποδίδεται σημασία και ερμηνεύεται κάθε στοιχείο, ή πλήθος στοιχείων του αλφάβητου τα οποία, βέβαια, ακολουθούν και ευθυγραμμίζονται με τους συντακτικούς κανόνες της μελετώμενης γλώσσας.

Αντικειμενική γλώσσα και μεταγλώσσα

Σε διεπιστημονικές προσεγγίσεις της γλώσσας συναντάται και η παρακάτω διάκριση της γλώσσας σε αντικειμενική και μεταγλώσσα.

Για αυτήν τη διάκριση είναι απαραίτητο να αναφερθούμε στο γνωστό κλάδο της γλωσσολογίας που αποκαλείται Δομισμός. Ονομάσθηκε έτσι, εξαιτίας της προσκόλλησής του στην έννοια της δομής. Το κίνημα του δομισμού στη γλώσσα ακολούθησε δύο κύρια ρεύματα, του ευρωπαϊκού και του αμερικανικού δομισμού. Στον αμερικανικό χώρο δεσπόζει η μορφή του Bloomfield. Η θεωρία του ο «επιστημονισμός», η αντίληψή του, δηλαδή, ότι θα πρέπει να μεταχειριζόμαστε για τη γλώσσα μια «μεταγλώσσα» μια διατύπωση δηλ. που να μην υστερεί καθόλου σε ακριβολογία και δυνατότητα ελέγχου (επαλήθευσης - διάψευσης) από τις άλλες επιστήμες, και μάλιστα τις θετικές, οδήγησε τον αμερικανικό δομισμό σ' έναν έντονο — και επιθυμητό — φορμαλισμό. Ο ευρωπαϊκός δομισμός αντίθετα αποφεύγει τη φορμαλιστική διατύπωση, τη μαθηματική δηλ. έκφραση και παρουσίαση των γλωσσικών φαινομένων (Μπαμπινιώτης, 1998).

Τώρα, διατυπώνοντας περισσότερο απλά τον όρο μεταγλώσσα, εννοούμε εκείνο το σύστημα σημείων, συμβόλων και λέξεων (μια γλώσσα, δηλαδή), που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν μια γλώσσα (φυσική, τυπική ή γλώσσα υπολογιστή), η οποία τότε ονομάζεται αντικειμενική γλώσσα. Εάν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τη γλώσσα για να μιλήσουμε για τη γλώσσα, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μεταγλώσσα. Αν θέλουμε να μιλήσουμε για τη μεταγλώσσα, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια μετα-μεταγλώσσα.(Segal, L, 2001). Αν, για παράδειγμα, στα μαθηματικά μελετούμε τη γλώσσα τους, τότε η φυσική ελληνική γλώσσα «αναβαθμίζεται» σε «μεταγλώσσα», ενώ στην πραγματευόμενη γλώσσα των μαθηματικών, προσδίδεται ο ρόλος τής «αντικειμενικής γλώσσας».

Η μεταγλωσσική είναι μία από τις βασικές λειτουργίες της γλώσσας. Μεταγλωσσικό έτσι είναι ό,τι λέγεται για τη γλώσσα και την ομιλία. Μεταγλωσσικές είναι όμως και πολλές καθημερινές σχολικές φράσεις όπως ερωτήσεις τού τύπου «τι σημαίνει η λέξη ευεπίφορος;» ή όταν αποφαινόμαστε «Η αργκό χρησιμοποιείται ως συνθηματική γλώσσα από ορισμένες κοινωνικές ή επαγγελματικές ομάδες και διαμορφώνεται από γλωσσικά δάνεια και από παραμόρφωση της καθομιλουμένης» (Λεξικό της Κοινής Νεοελληνικής, 1999). Η μεταγλώσσα, λοιπόν, αναφέρεται και ως σχόλιο και ερμηνεία που αφορά στη γλώσσα του ομιλητή ή του συνομιλητή.

Συνοψίζοντας, λοιπόν, η γλώσσα μπορεί να θεωρηθεί ως μέσο επικοινωνίας και οι κύριες διαφορές μεταξύ δύο επιπέδων της χρήσης της γλώσσας, όταν το αντικείμενο μελέτης είναι η ίδια η γλώσσα, μπορούν να αναδειχθούν μέσω του παρακάτω παραδείγματος: Ας υποθέσουμε, π.χ.. ότι τα αγγλικά, ως ξένη γλώσσα, τα μαθαίνουμε μέσω της ελληνικής γλώσσας. Στην περίπτωση αυτή η αγγλική είναι η υπό μελέτη γλώσσα, και ονομάζεται η αντικειμενική γλώσσα, ενώ η ελληνική είναι η γλώσσα με την οποία διεξάγεται η συνομιλία και μέσω αυτής κατανοείται η αγγλική. Γι’ αυτή της τη λειτουργία, η ελληνική καλείται μεταγλώσσα. Είναι δε, ιδιαίτερα σημαντικό, να ξεχωρίζουμε αυτά τα δύο επίπεδα, στην περίπτωση που αυτές οι δύο γλώσσες ταυτίζονται. (Μπόρισιτς Μ, 1995).

Κατηγοριοποίηση γλωσσών

Ο ορισμός της γλώσσας ως σύστημα επικοινωνίας καλύπτει όχι μόνο τις φυσικές γλώσσες όπως τα ελληνικά ή τα αγγλικά, αλλά και άλλα συστήματα επικοινωνίας που έχουν δημιουργηθεί τεχνητά και ευσυνείδητα από τον άνθρωπο, όπως είναι ο κώδικας Μορς ή τα μαθηματικά σύμβολα (Φιλιππάκη- Warburton, 1992).

Άλλη μια ταξινόμηση των γλωσσών, επομένως τις διακρίνει σε φυσικές που είναι οι γλώσσες οι οποίες διαμορφώνονται μέσα από την ανάγκη για διανθρώπινη επικοινωνία και σε τεχνητές που είναι οι γλώσσες που δημιουργούνται από τον άνθρωπο κάτω από την ανάγκη επικοινωνίας ανθρώπου με μηχανή ή μηχανής με μηχανή ή μερών της ίδιας μηχανής. Ένας επιπλέον διαχωρισμός ταξινομεί τις φυσικές γλώσσες σε καθομιλούμενες γλώσσες και σε ειδικές οι οποίες αναφέρονται σε μια πολύ συγκεκριμένη, συχνά αυστηρά ορισμένη, γνωστική περιοχή. Μια ειδική γλώσσα διαμορφώνεται, αρχικά, μέσα στα πλαίσια της καθομιλουμένης, με σταδιακές αλλαγές στο σύστημα των σημασιολογικών κανόνων, ενώ για τις νέες έννοιες που έρχονται στο φως είναι δυνατόν να πλάθονται και νέες λέξεις για να τις εκφράσουν. Τέτοιες γλώσσες είναι όλες οι εξειδικευμένες επιστημονικές γλώσσες, όπως η γλώσσα της Ιατρικής, της Βιολογίας, των Μαθηματικών κ,τ.λ. όπως και οι πολύ ειδικές γλώσσες των αριθμών- αριθμητικών συστημάτων (Παπαδοπετράκης Ε., 1999). Για μια επιτυχημένη, όμως μελέτη, γνωστικών περιοχών π.χ των μαθηματικών είναι απαραίτητο να οδηγηθούμε από μια φυσική - ειδική γλώσσα σε μια κατάλληλη τυπική γλώσσα, μέσω ενός είδους «συμβολοποίησης» ενός μέρους της φυσικής – ειδικής γλώσσας (Μπόρισιτς Μ, 1995). Για παράδειγμα το « x//y», της τυπικής μαθηματικής γλώσσας, ισοδυναμεί στην πρόταση της ειδικής γλώσσας των μαθηματικών: «η ευθεία x είναι παράλληλη στην ευθεία y».

Τα σύμβολα, λοιπόν μιας γλώσσας την τυποποιούν και αποτελούν, έτσι, μια τυπική γλώσσα, σε αντιδιαστολή προς τις φυσικές και ειδικές γλώσσες. Οι τυπικές γλώσσες έχουν ως προσόν και την απόλυτη σαφήνεια, χαρακτηριστικό απαραίτητο, φυσικά, και στα μαθηματικά (Τζουβάρας Α, 1992).

Η εισαγωγή συμβόλων στα Μαθηματικά έχει ηλικία λίγο μεγαλύτερη των 400 ετών. Αρχικά, υπήρχε η λεγόμενη ρητορική άλγεβρα, που απαιτούσε, όμως, μεγάλη πνευματική προσήλωση με καθαρή επιχειρηματολογία σε πεζό λόγο.

Στα αριθμητικά του Διόφαντου, ωστόσο συναντούμε τα πρώτα ψήγματα μαθηματικού συμβολισμού, μέσω στενογραφικών συντομογραφιών (Δημαράς Δ., 1971; Eves H., 1989).

Αυτή η εισαγωγή των πρωτόλειων αυτών συμβόλων καταγράφεται ως μια μεγάλη στιγμή των Μαθηματικών (Eves H., 1989).

Αργότερα, γύρω στον 7^{ο} αιώνα και οι Ινδοί πρόσθεσαν συντομογραφίες , όπως και κάποιοι Ιταλοί μαθηματικοί στα τέλη του 15^{ου} αιώνα.

Το συμβολικό στάδιο ξεκίνησε με την επινόηση του σημερινού συμβόλου της ισότητας (=), από το Ρόμπερτ Ρέκορντ , το 1557 μ. Χ. (Eves H., 1989). Το σύμβολο της ρίζας (√) εισήγαγε ο Κ. Ρούντολφ το 1526, ως δηλωτικό του αρχικού γράμματος r της λέξης radix= ριζικό, αν και κατά μια άλλη εκδοχή το μετέφεραν στα κείμενά τους οι Άραβες, που το είχαν παραλάβει από τους Ινδούς (Δημαράς Δ., 1971). Είχαν δε, προηγηθεί τα + και – στα 1489, ενώ το 1631 ο Τόμας Χάρριοτ επινόησε τα σύμβολα της ανισότητας «<» και «>». Ακόμα στα τέλη του 17^{ου} αιώνα εμφανίστηκαν το σύμβολο του απείρου «∞» και το «π» (Eves H., 1989). Τέλος, ο συμβολισμός έφτασε στο αποκορύφωμά του, με την πρωτοποριακή εργασία του Άγγλου Μαθηματικού Boole: «Έρευνα των νόμων της Σκέψης, επάνω στους οποίους στηρίζονται οι Μαθηματικές θεωρίες της Λογικής και των Πιθανοτήτων», το 1854 (Bell T., 1993).

Είναι, αυτονόητα, γενικά παραδεκτό, από την επιστημονική κοινότητα, η χρήση τυπικών γλωσσών, στις θετικές επιστήμες και ιδιαιτέρα στα μαθηματικά, αφού έτσι το πνεύμα διαχειρίζεται και πραγματεύεται, ευκολότερα, περίπλοκα νοητικά σχήματα, με λιγότερη δαπάνη χρόνου και έργου.

Η μαθηματική γλώσσα

Η μαθηματική γνώση έχει αφηρημένο χαρακτήρα. Οι μαθηματικές έννοιες δεν αντανακλούν και επομένως δεν αναφέρονται σε χαρακτηριστικά ή ιδιότητες, που ενυπάρχουν στα στοιχεία της αισθητικής πραγματικότητας και τα οποία αποκαλύπτονται μέσα από την ανθρώπινη φυσική και νοητική δραστηριότητα, δεν έχουν αισθητό αντίκρισμα. Οι μαθηματικές έννοιες αναφέρονται σε χαρακτηριστικά και ιδιότητες και κυρίως σε σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών ή ιδιοτήτων, που δημιουργούνται ως νοητικές κατασκευές και εισάγονται από τον άνθρωπο στα στοιχεία της πραγματικότητας με στόχο τη νοητικής της οργάνωση μέσα από μια προοδευτική διαδικασία αφαίρεσης και γενίκευσης.

Τα μαθηματικά όπως και η γλώσσα διαθέτουν ένα σύστημα σημείων που το χρησιμοποιούν για να εκφράσουν το εννοιολογικό τους περιεχόμενο. Η γλώσσα αποτελεί παράγοντα που επηρεάζει τη μάθηση των Μαθηματικών. Η συμβολική γλώσσα των μαθηματικών μεταφέρεται μέσα από τη διδασκαλία. Εντάσσεται, δηλαδή στη φυσική γλώσσα που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί ή τα σχολικά εγχειρίδια, η οποία αποκτά νέες σημασίες στις ειδικές δραστηριότητες στις οποίες αναφέρεται και περιγράφει (Μητακίδου-Τρέσσου, 2002). Ακόμα και όταν έχουν κατακτηθεί οι βασικές δομές της μητρικής γλώσσας, χρειάζονται πολλά χρόνια για την απόκτηση ακαδημαϊκής γλωσσικής επάρκειας. Η μάθηση της γλώσσας δεν σταματά, αφού χρειάζεται νέο λεξιλόγιο και νέες δομές για τη μελέτη και την κατανόηση θεμάτων σε διαφορετικά επιστημονικά πεδία. Η γλώσσα έχει μεγάλη σημασία στην απόκτηση μαθηματικών ικανοτήτων και συμβάλει στην ανάπτυξη προβληματισμού για τη σχέση των δυο γνωστικών αντικειμένων (Brown T., 1997).

Η γλώσσα παίζει σημαντικό ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση. Το περιεχόμενο αυτής της γλώσσας αφορά πολυειδή αντικείμενα, έννοιες και δραστηριότητες. Η γλώσσα και στο μάθημα των μαθηματικών λειτουργεί ως μέσο αναπαράστασης και επικοινωνίας, ως μέσο ρύθμισης και ελέγχου της δραστηριότητας και της σκέψης.

Στη διδασκαλία των μαθηματικών, η γλώσσα χρησιμοποιείται με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με την κατάσταση που διαμορφώνεται ή περιγράφεται κατά τη διάρκεια μια δραστηριότητας. Η γλώσσα που χρησιμοποιούν τα σχολικά εγχειρίδια διαφέρει από τη γλώσσα που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί. Τα κείμενα στα βιβλία μαθηματικών είναι πυκνά και λακωνικά και αποφεύγουν τους πλεονασμούς και τις επαναλήψεις. Τα γλωσσικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών κειμένων, η ποιότητα των μηνυμάτων, η αντιστοιχία τους με το γνωστικό και γλωσσικό επίπεδο των παιδιών, μπορεί να διευκολύνουν ή να προκαλέσουν δυσκολίες στη δημιουργία των νοητικών αναπαραστάσεων, ιδιαίτερα όταν το μαθηματικό περιεχόμενο-στόχος δεν είναι οικείο στα παιδιά (Τρέσσου-Μητακίδου, 2002).

Η γλώσσα των μαθηματικών διαθέτει λεξιλόγιο καθώς και συντακτικά, σημασιολογικά και πραγματολογικά χαρακτηριστικά. Συχνά οι γλωσσικές δεξιότητες και ικανότητες που απαιτούνται για τα μαθηματικά στο σχολείο είναι μεγαλύτερων τάξεων και επιπέδου σκέψης. Ο ρόλος της γλώσσας είναι καθοριστικός γιατί τα παιδιά πρώτα οικειοποιούνται τα σύμβολα, το λεξιλόγιο και τις εκφράσεις του μαθηματικού λόγου, ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής τους με νοητικά ωριμότερα άτομα μέσα στο πλαίσιο κοινωνικο-πολιτιστικά οργανωμένων δραστηριοτήτων και στη συνέχεια συγκροτούν την αντίστοιχη μαθηματική γνώση (Χασάπης Δ., 1996). Πρέπει το επίπεδο της γλώσσας του κειμένου να ανταποκρίνεται στο επίπεδο γλωσσικής ανάπτυξης των μαθητών.

Οι μαθηματικές εκφράσεις

Οι εκφράσεις της μαθηματικής γλώσσας με μαθηματικό περιεχόμενο καλούνται μαθηματικές εκφράσεις. Αυτές, άλλοτε, είναι διατυπωμένες στην καθομιλουμένη, άλλοτε περιγράφουν μαθηματικές δομές (σύνολα εφοδιασμένα με πράξεις και σχέσεις), μα τις περισσότερες φορές, οι μαθηματικές εκφράσεις, είναι μίγμα των 2 προηγούμενων περιπτώσεων, με την προσθήκη συμβόλων (Παπαδοπετράκης Ε., 2006). Παραδειγματικές των παραπάνω περιπτώσεων είναι, αντιστοίχως, οι εκφράσεις: «στα ισόπλευρα τρίγωνα και οι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους», (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ σελ. 113), « $x<y$, με x,y στοιχεία του N» και «ο αριθμός π είναι άρρητος και ταυτόχρονα υπερβατικός».

Επίσης οι μαθηματικές εκφράσεις διακρίνονται, ανάλογα, με τη σημασία τους σε ονόματα και αποφάνσεις (Παπαδοπετράκης Ε., 2006). Οι παραπάνω μαθηματικές προτάσεις είναι και οι 3 αποφάνσεις (πληροφορίες- δηλώσεις), ενώ ονόματα (μαθηματικά αντικείμενα) θα ήταν οι εκφράσεις «ισοσκελές τρίγωνο, « οι διαιρέτες του 24» ή «4^0».

Εξάλλου και το γλωσσολογικό επίπεδο αυτών των μαθηματικών εκφράσεων διαφέρει. Τα κομμάτια λόγου που είναι πληροφοριακού, επεξηγηματικού χαρακτήρα και περιεχομένου, δεχόμαστε, ότι αποτελούν το επιμαθηματικό επίπεδο, ενώ αντιθέτως, εκφράσεις αυστηρά «μαθηματικές», που αποτελούν, δηλαδή, σημαίνοντα κάποιου μαθηματικού αντικειμένου ή εκφράζουν κάποιο μαθηματικό γεγονός (Παπαδοπετράκης Ε., 2006), ανήκουν στο μαθηματικό γλωσσολογικό επίπεδο. Ακόμα το επιμαθηματικό επίπεδο χαρακτηρίζεται και ως:

- Λογικογλωσσικό, (πληροφοριακό, δηλωτικό) Π.χ. η μαθηματική έκφραση: «Ονομάζω α την κάθε ορθή γωνία Τις άλλες δυο τις ονομάζω β και γ» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ σελ. 110), ανήκει στο λογικογλωσσικό επιμαθηματικό επίπεδο.
- Μεθοδολογικό. Μια ενδεικτική θα ήταν η έκφραση: « Μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός γεωμετρικού σχήματος αν το ανασυνθέσουμε ή το αναλύσουμε σε άλλα γεωμετρικά σχήματα στα οποία εύκολα μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 87), ή «Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε δεκαδικούς ή σε ομώνυμα κλάσματα» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ.51).
- Ιστορικό με πληροφορίες όπως: «Ο Ερατοσθένης ο Κυρηναίος (270- 194π.Χ.) μέτρησε πρώτος την περίμετρο της γης με σφάλμα μόνο 1%» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΤΜ, 4^{ο} τεύχος, σελ. 22).

Τέλος, ως μέρη του μαθηματικού λόγου, κατά τον Ε. Παπαδοπετράκη, καταγράφονται τα εξής (με μερικά διασαφητικά παραδείγματα):

- Ορισμοί, απλοί ή σύνθετοι, π.χ. «Τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς όρους, αλλά εκφράζουν την ίδια ποσότητα λέγονται ισοδύναμα», (Μαθηματικά Ε΄, Δημοτικού, ΒΜ σελ. 49), ή «το γινόμενο δύο αριθμών είναι ακριβώς 1, αν αυτοί οι αριθμοί είναι αντίστροφοι».
- Αξιώματα, εμπειρικές αλήθειες, δηλαδή, που γίνονται αποδεκτές χωρίς απόδειξη: «και παντί κέντρω και διαστήματι, κύκλον γράφεσθαι, που σημαίνει «χαράσσεται κύκλος, με οποιοδήποτε κέντρο και ακτίνα.», το γ΄, δηλαδή, αίτημα του Ευκλείδη, κάτι που υπονοείται και στα Μαθηματικά της Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 136.
- Προτάσεις, που μπορεί να είναι θεωρήματα πορίσματα ή λήμματα. Π. χ. «Αν σ' έναν κύκλο διπλασιάσουμε την ακτίνα του, διπλασιάζεται και το μήκος του» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 139) ή « Στα ισόπλευρα τρίγωνα και οι τρεις γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. Δηλαδή η κάθε γωνία σε ένα ισόπλευρο είναι $180^0 : 3= 60^0$» και όχι 60^0 μοίρες όπως λανθασμένα γράφεται στα Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 113.
- Εκθέσεις , όπου προετοιμάζονται οι αποδείξεις. Π.χ «Έστω το τρίγωνο ΑΒΓ».
- Διορισμοί, οι όποιοι έπονται των εκθέσεων. Στην αμέσως προηγούμενη «έκθεση» ο διορισμός θα μπορούσε να ήταν: «Το άθροισμα των γωνιών του είναι 180^0», δηλαδή μια απόφανση προς απόδειξη.
- Κατασκευές. Εδώ δίδονται πληροφορίες για την κατασκευή σχημάτων, όπως στα Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 114 - 115 όπου δίδονται αναλυτικές οδηγίες για την κατασκευή κάθετων ευθειών και των υψών ενός τριγώνου.
- Αποδείξεις, οι καταλήξεις δηλαδή των συλλογισμών προς επίρρωση του «διορισμού».
- Συμπεράσματα, ως τα αποτελέσματα μιας απόδειξης.

- Σχόλια, όπως οι διδακτικοί στόχοι (για το δάσκαλο και τους γονείς), στο κάτω αριστερό μέρος της πρώτης σελίδας κάθε κεφαλαίου – μαθήματος, του Β.Μ στα Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Στη σελίδα 12, για παράδειγμα: «Υπενθύμιση γνώσεων και δεξιοτήτων Δ΄ Τάξης».
- Ασκήσεις

Η μαθηματική γλώσσα ως αιτία δυσκολιών στα Μαθηματικά

Είναι γεγονός αναμφισβήτητο, ότι ένας από τους κύριους λόγους που τα Μαθηματικά προκαλούν δυσφορία, δυσανασχέτηση και φόβο στους μαθητές, είναι η γλώσσα τους.

Η τυπική τελειότητα, η ακρίβεια, η συντομία, η σχολαστικότητα και η μονοσημαντότητα-αυστηρότητα των νοημάτων, που απαιτεί αυτή, λειτουργούν αποθαρρυντικά και ανασταλτικά και, σε αρκετές περιπτώσεις, νεκρώνουν κάθε απόπειρα προσέγγισης των Μαθηματικών εκ μέρους των μαθητών. Η επαφή και γνωριμία από τις πρώτες, κιόλας, τάξεις του σχολείου, σε αρκετούς μαθητές αποβαίνει ουτοπική διαδικασία και χαρακτηρίζεται ως θνησιγενής εξέλιξη.

Μάλιστα, θεωρείται ότι ένας από τους βασικούς λόγους της δυσκολίας των μαθηματικών, οφείλεται στην κατανόηση εκ μέρους των μαθητών, των αποχρώσεων της μαθηματικής γλώσσας, αφού η έννοια των λέξεων γίνεται συχνά στενή και ακριβής (Warren E., 2006).

Η χρήση της γλώσσας στα μαθηματικά διαφέρει από τη γλώσσα της καθομιλουμένης σε τρία σημαντικά σημεία. Πρώτα είναι μη χρονική. Δεν υπάρχει παρελθόν, παρόν, ή μέλλον στα μαθηματικά. Οτιδήποτε, ακριβώς, «είναι».

Επίσης, η μαθηματική γλώσσα είναι απαλλαγμένη από συναισθήματα, αν και οι μαθηματικοί τείνουν να χρωματίζουν την ομιλία τους με ζωηρές φράσεις Το τρίτο χαρακτηριστικό γνώρισμα, που διακρίνει τη μαθηματική γλώσσα, από την κοινή, και προκαλεί τεράστιες δυσκολίες στους μαθητές, είναι η ακρίβειά της (Jamison R., 2000). Για παράδειγμα, πρώτος, για πολλούς μαθητές, είναι ο αριθμός που έχει για διαιρέτες τον εαυτό του και τη μονάδα, …μόνο που αυτή η διατύπωση είναι ολοκληρωτικά εσφαλμένη και ανακριβής.

Πολλές και διάφορες μελέτες πραγματοποιήθηκαν, σε περιπτώσεις παιδιών που αποτυγχάνουν στα σχολικά μαθηματικά. Μερικά έχουν ιδιαίτερες δυσκολίες με τη γλώσσα των μαθηματικών. Σημειώνεται ότι οι μαθητές με γλωσσικές δυσκολίες τείνουν να έχουν προβλήματα ειδικότερα με: α) τη συμβολική κατανόηση, β) με την οργάνωση στοιχείων στο χώρο, το χρόνο, στη σειροθέτηση και γ) με τη μνήμη. Η φτωχή βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη είναι συχνά χαρακτηριστικά ατόμων με γλωσσικές δυσκολίες. Επιπλέον, οι γλωσσικές δυσκολίες έχουν επιπτώσεις άμεσα στη δυνατότητα του παιδιού να ωφεληθεί από προφορικές ή γραπτές οδηγίες και να καταλάβει τη γλώσσα των μαθηματικών (Dowker A., 2004).

Τα ικανότερα παιδιά χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ευφράδεια και με περισσότερη εμπιστοσύνη, σε σχέση με τα λιγότερο ικανά παιδιά, αφού η σαφής και καθαρή γλώσσα μπορεί να αυξήσει την κατανόηση θεμελιωδών μαθηματικών εννοιών

Επιπλέον, με τη μη εξερεύνηση και ανάπτυξη της μαθηματικής γλώσσας, πέρα από το μηχανικό επίπεδο, η επικοινωνία στα μαθηματικά γίνεται σχεδόν εξ ολοκλήρου παθητικά και τα μαθηματικά γίνονται μια νεκρή γλώσσα (Ellerton N., 1986).

Οι μαθητές χρειάζονται σαφείς οδηγίες που θα τους επιτρέψουν να διαβάσουν, να γράψουν και να ερμηνεύσουν βασικά μαθηματικά σύμβολα και γενικά τη μαθηματική γλώσσα με εμπιστοσύνη. Λέξεις στα μαθηματικά που έχουν διαφορετικές έννοιες μέσα στην καθημερινή γλώσσα προκαλούν, συχνά, σύγχυση τους μαθητές. Όπου οι λέξεις έχουν μαθηματικό και μη-μαθηματικό νόημα οι μαθητές πρέπει να ξέρουν και τα δύο και να είναι σε θέση να ερμηνεύσουν την έννοια σωστά στο κατάλληλο πλαίσιο. Παραδείγματος χάριν: Σε καθημερινή χρήση η λέξη "πίνακας" αναφέρεται στο είδος επίπλου ή στο διδακτικό εποπτικό μέσο. Στα μαθηματικά η έννοια είναι αρκετά διαφορετική. (Curriculum Directorate, 1997). Ανάλογες περιπτώσεις παρατηρούνται και με λέξεις όπως: «άρτιος» «φυσικός» «πρώτος», «ύψος» κ.ά. Στο ίδιο σημαίνον αντιστοιχίζεται διαφορετικό σημαινόμενο, διαφοροποιείται, δηλαδή, το γλωσσικό σημείο, γεγονός που καταγράφεται ως ανασταλτικός, ανασχετικός παράγοντας στην κατανόηση της γλώσσας των Μαθηματικών. Το φαινόμενο αυτό καλείται πολυσημία.

Πολλές από τις λέξεις που χρησιμοποιούμε στα Μαθηματικά έχουν, λοιπόν, διαφορετική σημασία στον «πραγματικό κόσμο» και αρκετές λέξεις έχουν περισσότερες από μια σημασία. Η λέξη «περισσότερο» είναι ένα καλό παράδειγμα αφού μπορεί να υπονοήσει., ανάλογα με τον τρόπο που χρησιμοποιείται, είτε πρόσθεση είτε αφαίρεση (Swan P., 2006). Ακόμα το σύμβολο (12/3), μπορεί λεκτικά να παρουσιαστεί ως «δώδεκα τρίτα» ή «δώδεκα δια τρία» (Αγαλιώτης Ι., 2000).

Το μαθηματικό λεξιλόγιο και τα μαθηματικά σύμβολα, εξαιτίας της πολυσημίας όπως, επίσης, και το μαθηματικό κείμενο είναι οι πλευρές της μαθηματικής γλώσσας που αναφέρονται, συχνότερα, ως πιθανές αιτίες δυσκολιών. Ένα μαθηματικό κείμενο δεν μπορεί να διαβαστεί γρήγορα, γιατί κάθε λέξη είναι σημαντική. Δυσκολίες που προκύπτουν από την ανεπιτυχή αποκωδικοποίηση του μαθηματικού κειμένου είναι παρούσες ειδικά στην περίπτωση των γραπτών προβλημάτων (Αγαλιώτης Ι., 2000).

Επίσης, αξίζει να επισημάνουμε, ότι διδάσκοντας μαθηματικά, ουσιαστικά, εισάγουμε μια νέα γλώσσα. Η γλώσσα των Μαθηματικών χαρακτηρίζεται, τότε, ως αντικειμενική, ενώ η ελληνική είναι η μεταγλώσσα. Αυτή η αλλαγή γλώσσας – γλωσσολογικού επιπέδου, είναι μια άλλη, κύρια αιτία δυσχέρανσης, στην εκμάθηση της μαθηματικής γλώσσας.

Όταν οι μαθητές φθάνουν στο έτος 7 γενικά ήδη έχουν μάθει ήδη αρκετά για τα μαθηματικά του χώρου, της μέτρησης και του αριθμού, μέσω της αλληλεπίδρασης, της έρευνας και της χρησιμοποίησης της γλώσσας. Καθώς οι μαθητές ερευνούν και μαθαίνουν για τα μαθηματικά, πρέπει να χρησιμοποιήσουν τη δική τους γλώσσα, για να αποσαφηνίσουν τις παρατηρήσεις τους και να μοιραστούν τα συμπεράσματά τους με άλλους. Οι δάσκαλοι πρέπει να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν στρατηγικές διδασκαλίας που στοχεύουν στις ανάγκες των μαθητών στην ειδική μαθηματική γλώσσα όπως και στην τυπική γλώσσα των μαθηματικών, δεδομένου ότι απαιτείται μια τέτοια προσέγγιση (Curriculum Directorate, 1997), αφού η μελέτη και άλλων επιστημονικών πεδίων, όπως για παράδειγμα της Φυσικής σε λυκειακό και πανεπιστημιακό επίπεδο δεν έχει τα προσδοκώμενα αποτελέσματα χωρίς απαραιτήτως τη χρήση και την κατανόηση της γλώσσας των μαθηματικών (Ragout de Lozano S., Cardenas M., 2002).

Η ελληνική πραγματικότητα.

Και όμως, ιδωμένα τα παραπάνω, όχι επιφατικά, αλλά προσεκτικά και ενδελεχώς, εγείρουν προβληματισμό. Ευθύνονται, μόνο και αποκλειστικά, οι μαθητές για την αποστασιοποίησή τους από τα Μαθηματικά ή μήπως η ίδια η γλώσσα τους, με το αλφάβητο, τους συντακτικούς και σημασιολογικούς κανόνες της και συνεπακόλουθα η υλοποίησή της, ο μαθηματικός λόγος, με τον τρόπο που παρουσιάζεται, διδάσκεται και γράφεται στα σχολικά εγχειρίδια, αποδυναμώνει την εξοικείωση και αφαιρεί τη συμφιλίωση;

Οι προσωπικές μας αναμνήσεις από τα λυκειακά μας χρόνια (αρχές δεκαετίας τού ΄80) είναι πικρές. Διδάσκοντες κακοί χειριστές της μαθηματικής γλώσσας και βιβλία που έβριθαν λαθών, ασαφειών και παρερμηνειών.

Στα χρόνια που μεσολάβησαν, βέβαια τα βιβλία ανανεώθηκαν 2-3 φορές. Σίγουρα βελτιώθηκαν και, τώρα στο λυκαυγές του 21ου αιώνα (2006), εκδόθηκαν με ανάθεση από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο τα καινούργια βιβλία των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και την Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Βέβαια, η προηγούμενη γενιά διδακτικών βιβλίων για τα Μαθηματικά του Δημοτικού, παρέμεινε σε χρήση επί μια και πλέον εικοσαετία, πλην, φυσικά, μιας μερικής αναθεώρησης, που έτυχε το 1992, κάτι που καθιστούσε την αλλαγή και εισαγωγή των νέων διδακτικών πακέτων, παραπάνω από επιβεβλημένη.

Ειδικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση η γλώσσα των βιβλίων απαιτείται να είναι προσιτή και προσπελάσιμη. Οι μαθηματικές έννοιες να προσφέρονται απλουστευμένες, δίχως, όμως να στερούνται επιστημονικής βάσης εγκυρότητας και συνέπειας. Επίσης τα μαθηματικά σύμβολα να εισάγονται προσεκτικά και με φειδώ και να συνάδουν με τα καθιερωμένα.

Το προηγούμενο Α.Π. (Αναλυτικά προγράμματα Μαθημάτων του Δημοτικού Σχολείου, 1987) των Μαθηματικών του Δημοτικού απαιτούσε οι μαθητές να «εκμάθουν και να χρησιμοποιούν με ακρίβεια τη μαθηματική γλώσσα». Στο τωρινό (Παιδ. Ινστιτούτο,-), αναφέρεται ως ειδικός σκοπός η «καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας». Μια τέτοια προτροπή θεωρείται απόλυτα δικαιολογημένη, αφού η επιτυχημένη χρήση της μαθηματικής γλώσσας αναστέλλει και απαλείφει συγχύσεις και άρει παρερμηνείες. Συντελεί στην οικοδόμηση μιας στέρεης και αδιασάλευτης σχέσης, μεταξύ μαθητών και μαθηματικών, χωρίς παλινωδίες, αμφιβολίες και κλυδωνισμούς.

Ως εφαρμογή, λοιπόν των παραπάνω, θα ασχοληθούμε, στην παρούσα εργασία, με το μαθηματικό λόγο, κυρίως, στο νέο βιβλίο- διδακτικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών της Ε΄ Δημοτικού και θα προβούμε σε λογικογλωσσική ανάλυση τού κειμένου του.

Το διδακτικό εγχειρίδιο

Διδακτικό εγχειρίδιο είναι το βιβλίο με το οποίο εργάζεται ο μαθητής στο σχολείο και στο σπίτι, για να επεξεργαστεί την διδακτέα ύλη, έχει την έγκριση της πολιτείας και ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του αναλυτικού προγράμματος όσον αφορά τη διδακτέα ύλη του μαθήματος που διδάσκεται σε μια τάξη μιας συγκεκριμένης εκπαιδευτικής βαθμίδας (Καψάλης- Χαραλάμπους, 1993). Σαν κύρια λειτουργία του είναι να στηρίζει τη μεθοδολογία διδασκαλίας για όσο το δυνατόν αποτελεσματικότερη μάθηση των μαθητών. Έχει δε τη μεγαλύτερη σημασία και δραστικότητα απ’ όλα τα άλλα μέσα στην πορεία διδασκαλίας και τη διαδικασία μάθησης. Το σχολικό εγχειρίδιο (βιβλίο μαθητή, βιβλίο δασκάλου, εργαστηριακός οδηγός κ.λ.π.) αποτελεί το σημαντικότερο, ίσως, διδακτικό μέσο που προσφέρει στο μαθητή με τρόπο οργανωμένο, επιστημονικά έγκυρο και παιδαγωγικά σωστό το μορφωτικό αγαθό που προβλέπει το Αναλυτικό Πρόγραμμα (Καλούρη Ρ., Σιγάλας Χ., 2006). Η αποτελεσματικότητα επίσης, της σχολικής εργασίας εξαρτάται, σε μεγάλο βαθμό, από τη σωστή χρήση του σχολικού εγχειριδίου. Οι κυριότερες λειτουργίες του είναι οι λειτουργίες της ενημέρωσης και παρουσίασης της πραγματικότητας στον μαθητή, της δραστηριοποίησης των κινήτρων μάθησης, της διαφοροποίησης της διδασκαλίας, της άσκησης και της εμπέδωσης, της καθοδήγησης της διδασκαλίας, της κοινωνικοποίησης και της ανάπτυξης της κριτικής σκέψης του μαθητή (Ξωχέλλης & Καψάλης, 1992). Σκοπός τους δεν είναι μόνο η παροχή πληροφοριών, αλλά και η διευκόλυνση των μαθητών για τη μάθηση των πληροφοριών που περιέχονται σ’ αυτά. Πρέπει, επίσης, να καλλιεργούν την επιθυμία του μαθητή για περισσότερη μάθηση και απόκτηση γνώσεων (Πόρποδας Κ., 2003).

Η δομή του διδακτικού εγχειριδίου Μαθηματικών τής Ε΄ Δημοτικού

Η ύλη είναι διαρθρωμένη σε 3 περιόδους τριών ενοτήτων η καθεμιά και συνολικά σε 55 δίωρα, κατά βάση, μαθήματα- κεφάλαια (ακόμα 9 Επαναληπτικά).

Η δομή κάθε κεφαλαίου χωρίζεται, αδρομερώς, στις παρακάτω διδακτικές και μαθητικές δραστηριότητες, που τιτλοφορούνται κατά σειρά» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΔ, , σελ. 31):

- Μαθηματικός τίτλος – τίτλος σχετικός με την κεντρική δραστηριότητα
- Εισαγωγική ερώτηση
- Δραστηριότητα –Ανακάλυψη
- Εργασίες
- Συμπέρασμα

Κορμός, λοιπόν του κάθε μαθήματος - κεφαλαίου μπορεί να χαρακτηρισθεί η τρίτη υποενότητα τής Δραστηριότητας – Ανακάλυψης και πεμπτουσία της, η πέμπτη, τού συμπεράσματος, δηλαδή, καθώς η νέα μαθηματική γνώση, επαγωγικά, παγιώνεται και αναδεικνύεται στο Συμπέρασμα.

Ο μαθηματικός λόγος στο διδακτικό εγχειρίδιο Μαθηματικών τής Ε΄ Δημοτικού

Όλες οι μαθηματικές εκφράσεις είναι διατυπωμένες στην καθομιλουμένη, δίχως σύμβολα, (πλην των τετριμμένων) και καθόλου, φυσικά, τυπικά κομμάτια μαθηματικού λόγου. Οι έννοιες, οι ορισμοί, οι αποφάνσεις προσφέρονται εκλαϊκευμένα και δεν παρατηρούνται συγχύσεις εξαιτίας της διαφορετικής σημασίας, που αποδίδει η μαθηματική γλώσσα, σε λέξεις της φυσικής γλώσσας. Οι πρώτες υποενότητες του κάθε κεφαλαίου, κινούνται περισσότερο στο επιμαθηματικό επίπεδο με ερωτήσεις, ορισμούς, προτροπές, μεθοδεύσεις και επισημάνσεις. Συγκεκριμένα μετρήσαμε 32 ορισμούς, στη συντριπτική πλειονότητά τους απλούς. Π.χ «Τη διαφορά ανάμεσα στην εκτίμηση που έκανα και στον ακριβή υπολογισμό την ονομάζουμε σφάλμα» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 35). Στο προηγούμενο σχολικό εγχειρίδιο, που αντικαταστάθηκε, με την έναρξη της σχολικής χρονιάς 2006-07, οι ορισμοί ήταν σχεδόν τριπλάσιοι (90), γεγονός που αποδίδεται, ίσως, στο «κατέβασμα» της ύλης σε μικρότερες τάξεις. Ακόμα καταγράψαμε 4 ιστορικές αναφορές (ιστορικό, επιμαθηματικό επίπεδο) όπως στη σελίδα 29 στα Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ: «Ο Φλαμανδός μαθηματικός, μηχανικός και αρχιτέκτονας Σίμον Στεβάιν (1548-1620), πατέρας της νεότερης στατιστικής, επινόησε τους δεκαδικούς αριθμούς ως νέα μέθοδο γραφής των κλασματικών αριθμών. Τους παρουσίασε στο βιβλίο του 'Το δέκατο' το 1585».

Ακόμα καταγράψαμε 6 προτάσεις- πορίσματα, για παράδειγμα στη σελίδα 115 στο Β.Μ.: «Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από ένα σημείο και τέμνει κάθετα μια ευθεία είναι η συντομότερη διαδρομή (απόσταση) από το σημείο προς την ευθεία».

Η πεμπτουσία όπως προείπαμε, κάθε κεφαλαίου είναι η υποενότητα του συμπεράσματος. Περιλαμβάνει ορισμούς αποφάνσεις, προτάσεις και μεθοδολογικούς τρόπους και κινείται περισσότερο στο επιμαθηματικό επίπεδο. Χρησιμοποιεί, γενικά, πρώτο πληθυντικό πρόσωπο ενεστώτα, δεδομένου ότι αυτό βοηθά στη σταθεροποίηση των νέων εννοιών και γνώσεων (αν και δε λείπει και το α΄ και γ΄πρόσωπο ενικού, σε μερικές περιπτώσεις). Η γλώσσα, στο χωρίο αυτό, αποκτά μια, κάπως, αυστηρή μορφή και θα τύχει αναλυτικότερης και διεξοδικότερης ανάλυσης.

Στα 81 «συμπεράσματα», μετρήσαμε 11 ορισμούς και 44 μεθοδολογικές προτροπές (επιμαθηματικό επίπεδο) και τέλος 26 συνοψίσεις σε καθαρά μαθηματικά πλαίσια (μαθηματικό επίπεδο). Παραδείγματα αποφάνσεων σε μαθηματικό επίπεδο είναι και τα: «Για να βρω το μέσο όρο ενός πλήθους αριθμών, διαιρώ το άθροισμά τους με το πλήθος αυτών» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 57). Αυτό στην τυπική μαθηματική γλώσσα γράφεται ως Μ.Ο α_i = (α_1+ α_2+α_3+α_4+…+α_ν)/ν, i=1,2,3…ν. Η δυνατότητα τυπικής περιγραφής, μιας μαθηματικής αποφαντικής έκφρασης, έστω και της καθομιλούμενης είναι κριτήριο ελέγχου και ένταξης της έκφρασης αυτής στο μαθηματικό επίπεδο. Επίσης η έκφραση «Για να διαιρέσουμε έναν ακέραιο αριθμό με κλάσμα ή ένα κλάσμα με ένα άλλο κλάσμα ή ένα κλάσμα με έναν ακέραιο, μπορούμε να αντιστρέψουμε τους όρους του διαιρέτη (κλάσμα ή ακέραιο) και αντί για διαίρεση να κάνουμε πολλαπλασιασμό», σελ. 89 στο Β.Μ, γράφεται πολύ απλά, τυπικά και φορμαλιστικά ως

$$z \quad \frac{x}{y} = z \quad \frac{y}{x} = \frac{z \quad y}{x},$$

$$\frac{z}{\omega} \quad \frac{x}{y} = \frac{z}{\omega} \quad \frac{y}{x} = \frac{z \quad y}{\omega \quad x}$$ και $$\frac{x}{y} \quad z = \frac{x}{y} \quad \frac{1}{z} = \frac{x}{y \quad z}$$. Διαπιστώνουμε, σαφώς, πως η συμβολική γλώσσα απλοποιεί και ευκολύνει την πραγμάτευση μαθηματικών γεγονότων και επιτρέπει στο νου να εργάζεται με ιδέες περίπλοκες. Από την άλλη μεριά, όμως, εμποδίζει τους μη μυημένους να παρακολουθούν και να καταλαβαίνουν Μαθηματικά.

Ως κατακλείδα «τυποποιούμε» τη μαθηματική έκφραση «Το Ε.Κ.Π δύο αριθμών είναι το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια τους» (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 99):

Ε.Κ.Π (x,y) = z = $(x/z) \quad (y/z) \quad (\quad \omega)\left[(x/\omega) \quad (y/\omega) \quad (z \quad \omega) \quad (z \quad \omega)\right]$

Γενικές επισημάνσεις και παρατηρήσεις για το σχολικό εγχειρίδιο

Αξίζει να σημειωθεί ότι δεν ορίζεται η έννοια του ρητού αριθμού, μάλλον, δικαιολογημένα, αφού μια τέτοια αναφορά θα εξυπηρετούσε μόνο στο διαχωρισμό της από τον άρρητο, κάτι όμως, σαφώς, πρόωρο για το Δημοτικό. Οι μαθητές, βέβαια συναντούν άρρητο αριθμό, χωρίς φυσικά, να το αντιλαμβάνονται, μιας και παρουσιάζεται σαν ρητός με πολλά δεκαδικά ψηφία, αλλά χρησιμοποιούνται συνήθως τα δυο πρώτα μόνο (Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΒΜ, σελ. 137). Η άποψη μερικών, ότι έτσι παρέχονται ψευδείς πληροφορίες, λόγω αυτής της αλλοίωσης, «παραπλάνησης», μπορεί να θεωρηθεί υπερβολική και ακραία. Παρεμβατικά θα αναφέρουμε, εδώ και την άποψη του μεγάλου Γερμανού Μαθηματικού Kronecker: «Είναι ανόητο να ασχολούμαστε με άρρητους αριθμούς, αφού δεν υπάρχουν».

Επίσης δε διευκρινίζεται, πως οι εκφράσεις ισοδύναμα κλάσματα και ίσα κλάσματα είναι ταυτόσημες.

Η Γεωμετρία δε, παρουσιάζεται αποσπασματικά και άκαιρα, όπως συνέβαινε και στο προηγούμενο στο εγχειρίδιο.

Οι ακροτελεύτιες επισημάνσεις μας θα επικεντρωθούν στο εγχειρίδιο Μαθηματικών της Στ΄ Δημοτικού. Κατ' αρχάς αναφερόμαστε στην ανακολουθία και ασυνέπεια που παρατηρείται στον ορισμό του κύκλου – κυκλικού δίσκου. Ως κύκλος αποκλίνοντας από τον ευκλείδειο ορισμό, ορίζεται μόνο η γραμμή και ως κυκλικός δίσκος η γραμμή με την επιφάνεια που περικλείει. Αυτή η διαφοροποίηση δεν αντιλαμβανόμαστε ποιον διδακτικό παιδαγωγικό ή άλλο σκοπό εξυπηρετεί. Εξάλλου τέτοιος διαχωρισμός δεν υφίσταται στα υπόλοιπα επίπεδα σχήματα. Δεν υιοθετούνται, δηλαδή, αντίστοιχες του κυκλικού δίσκου εκφράσεις, όπως για παράδειγμα «τριγωνωτό», «ρομβωτό» ή «τετραγωνικό σχήμα». Πέραν, ακόμα αυτής της ανακολουθίας και επιστημονικής απόκλισης, καθόλου, δε θα ήταν υπερβολικό να ισχυριστούμε, ότι στην έκφραση «κυκλικός δίσκος» υφέρπει σολοικισμός αφού (Λεξικό της Κοινής Νεοελληνικής, 1999) ένας δίσκος (= κυκλικό και επίπεδο σχήμα) είναι πάντα … κυκλικός.

Τέλος, οι τίτλοι κάθε κεφαλαίου-μαθήματος με τα πετυχημένα, ομολογουμένως, λογοπαίγνιά τους, δυστυχώς, αποσπούν τους μαθητές από την μαθηματική γλώσσα, αφού «μαθηματικές λέξεις» τις αναμιγνύουν και τις εντάσσουν σε καθαρά φυσικά – καθομιλούμενα γλωσσικά πλαίσια, αποστερώντας τους την μαθηματική τους σημασία και ορολογία, μέσω της ενσκήπτουσας μονοσημίας, επιτείνοντας και λιπαίνοντας, έτσι, τη σύγχυση, τις παρερμηνείες, την αποτυχία.

Συμπεράσματα και προτάσεις

Η γλώσσα οργανώνει και διαμορφώνει τη μαθηματική εμπειρία στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων που προτείνονται από τα σχολικά εγχειρίδια. Μερικά γλωσσικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού λόγου με τον τρόπο που παρουσιάζεται στα σχολικά εγχειρίδια προκαλούν δυσχέρειες κατανόησης της μαθηματικής γνώσης των παιδιών του δημοτικού σχολείου. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να επεξηγεί σε απλή και κατανοητή και σαφή γλώσσα τις σύνθετες και αφηρημένες έννοιες που υπάρχουν στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών. Να προσαρμόζει τη διδασκαλία του και να ενθαρρύνει τη συμμετοχή όλων των παιδιών. Να προκαλεί συζήτηση γύρω από τις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων και ανα-στοχασμό των κυρίων σημείων του μαθήματος. Απαιτούνται διδακτικές προσεγγίσεις που παίρνουν υπόψη τους τη σημασία της γλώσσας για τη μάθηση των μαθηματικών. Ιδιαίτερα προτείνουμε την ανάπτυξη του διαλόγου-ως εργαλείο σκέψης-μέσω της δημιουργίας και ανταλλαγής νοημάτων καθώς και της κατανόησης των μαθηματικών εννοιών. Στόχος αλλά και προϋπόθεση για την επιτυχία των στόχων της Μαθηματικής εκπαίδευσης είναι να αποκτήσουν οι μαθητές μια θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Με την κατάλληλη αξιοποίηση του προσφερόμενου διδακτικού υλικού, ο μαθητής κατακτά την αυτονόμησή του στη μάθηση και ταυτόχρονα απομυθοποιείται έτσι η δυσκολία των Μαθηματικών (Τύπας Γ, Ντάφου Ε, 2006).

Βιβλιογραφία

1. Αγαλιώτης Ιωάννης (2000). Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
2. Βάμβουκας Μιχάλης (2007). Θέματα Ψυχοπαιδαγωγικής της Ανάγνωσης. Εκδόσεις Ατραπός, Αθήνα
3. Δημαράς Δημήτριος (1971). Στοιχεία φιλοσοφίας από την μαθηματικήν, Δοκίμιον. Εκδόσεις Δωδώνη, Αθήνα
4. Δρόσος Κ, Καραζέρης Π, Παπαδοπετράκης Ε (2006). Εισαγωγή στη Μαθηματική Λογική. Αυτοέκδοση, Πάτρα
5. Ινστιτούτο Νεοελληνικών Σπουδών. Ίδρυμα Μανόλη Τριανταφυλλίδη (1999). Λεξικό της Κοινής Νεοελληνικής. Αριστοτέλειο Παν/μιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη
6. Καλούρη Ράνυ, Σιγάλας Χρήστος (2006). Γενική Μεθοδολογία – Γενικά Ψυχοπαιδαγωγικά Θέματα Μεταίχμιο, Αθήνα.
7. Καψάλης, Α. & Χαραλάμπους, Δ. (1995). Σχολικά εγχειρίδια. Θεσμική εξέλιξη και σύγχρονη προβληματική. Έκφραση, Αθήνα
8. Κρασανάκης Α (-). Επιστημονική Γλωσσολογία. Από http://www.krassanakis.gr (προσπέλαση στις 10/9/2007)
9. Λιαπής Βασίλης (1991). Γλώσσα η ελληνική. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
10. Μαστρογιάννης Αλέξιος & Μαλέτσκος Αθανάσιος (2007). Η χιμαιρική εισαγωγή αριθμητικών συστημάτων, διαφορετικών από το δεκαδικό, στο Δημοτικό Σχολείο. Συνέδριο Παν/μίου Ιωαννίνων: «Η Πρωτοβάθμια εκπαίδευση και οι προκλήσεις της εποχής μας», Ιωάννινα 17 - 20 Μαΐου 2007.
11. Μητακίδης Γιώργος (1992). Από τη λογική στο Λογικό Προγραμματισμό και την Prolog. Εκδόσεις Καρδαμίτσα, Αθήνα
12. Μητακίδου, Σ. & Τρέσσου, Ε. (2002). Διδάσκοντας γλώσσα και μαθηματικά με λογοτεχνία. Μια δημιουργική συνάντηση. Παρατηρητής, Αθήνα
13. Μπαμπινιώτης Γεώργιος (1998). Θεωρητική Γλωσσολογία. Αυτοέκδοση, Αθήνα
14. Μπόρισιτς Μπράνισλαβ (1995). Λογική και απόδειξη. Θεωρία και ασκήσεις. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
15. Ξωχέλλης, Π. & Καψάλης. Α. (1992). Έκθεση έρευνας: «Συγκρότηση αρχείου και αξιολόγηση σχολικών εγχειριδίων Δημοτικού σχολείου και γυμνασίου». Θεσσαλονίκη.
16. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (-). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών. Από www.pi-schools.gr (προσπέλαση στις 15/9/2007)
17. Παπαδοπετράκης Ευτύχης (2006). Φυσικές Γλώσσες και Μαθηματικός Λόγος. Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα
18. Πάπυρος - Λαρούς - Μπριτάνικα. (1997). Εγκυκλοπαίδεια. Εκδόσεις Πάπυρος, Αθήνα
19. Πόρποδας, Κων/νος (2003). Η μάθηση και οι δυσκολίες της (Γνωστική προσέγγιση). Αυτοέκδοση, Πάτρα
20. Τζουβάρας Αθ. (1992). Στοιχεία Μαθηματικής Λογικής. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
21. Τρέσσου, Ε. & Μητακίδου, Χ. (2002). Μαθηματικά σε γλωσσικά συμφραζόμενα. Στο Τρέσσου, Χ. & Μητακίδου, Χ. (επιμ.), Εκπαίδευση γλωσσικών μειονοτήτων: Η διδασκαλία της γλώσσας και των μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Παρατηρητής.
22. Τύπας Γεώργιος, Ντάφου Ευθυμία (2006). Τα μαθηματικά του Δημοτικού μέσα από τα νέα διδακτικά εγχειρίδια. Από www.pi-schools.gr / epimorfosi epimorfotiko_yliko/dimotiko/mathimatika.pdf (προσπέλαση στις 20/9/2007)
23. ΥΠΕΠΘ (1987). Αναλυτικά προγράμματα Μαθημάτων του Δημοτικού Σχολείου. ΟΕΔΒ, Αθήνα
24. ΥΠΕΠΘ (2006). Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Δασκάλου. ΟΕΔΒ, Αθήνα
25. ΥΠΕΠΘ (2006). Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Μαθητή. ΟΕΔΒ, Αθήνα

26. ΥΠΕΠΘ (2006). Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Τετράδιο Εργασιών. ΟΕΔΒ, Αθήνα
27. ΥΠΕΠΘ (2004). Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Δασκάλου. ΟΕΔΒ, Αθήνα
28. ΥΠΕΠΘ (2004). Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Μαθητή. ΟΕΔΒ, Αθήνα
29. Φιλιππάκη - Warburton Ειρήνη (1992). Εισαγωγή στη θεωρητική Γλωσσολογία. Εκδόσεις Νεφέλη / Γλωσσολογία, Αθήνα
30. Χασάπης Δ. (1996). Τα πλαίσια αναφοράς των μαθηματικών εννοιών κατά τη διδασκαλία τους στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση και οι ιδεολογικοί τους προσανατολισμοί. Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία. Πρακτικά 1ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας. Αθήνα
31. Bell E.T. (1993). Οι Μαθηματικοί. Τόμος ΙΙ, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. Ηράκλειο
32. Brown, T. (1997). Mathematics education and language: Interpreting hermeneutics and post-structuralism. Kluwer Academic
33. Curriculum Directorate (1997). Teaching literacy in Year 7. New South Wales, Department of School Education, από http:// www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/policies/literacy/ (προσπέλαση στις 15/9/2007)
34. Dowker Ann (2004). What Works for Children with Mathematical Difficulties?, University of Oxford, από www.dfes.gov.uk/research/data/uploadfiles/RR554.pdf (προσπέλαση στις 15/9/2007)
35. Ellerton F. Nerida (1986). Children's made-up mathematics problems - A new perspective on talented mathematicians. Educational studies in mathematics 17. D. Reidel Publishing Company.
36. Eves Howard (1989). Μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών- έως το 1650. Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα
37. Eves Howard (1990). Μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών- μετά το 1650. Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα
38. Jamison E Robert (2000). Learning the Language of Mathematics Journal of Language and Learning Across the Disciplines.Volume 4, Number 1
39. Ragout de Lozano Silvia and Cardenas Marta (2002). Some Learning Problems Concerning the Use of Symbolic Language in Physics. Science & Education 11. Kluwer Academic Publishers
40. Segal Lynn (2001). The Dream of Reality. Springer-Verlang, New York, από http://www.panteion.gr/~dionysos/segal7.htm, (προσπέλαση στις 15/9/2007)
41. Swan Paul (2006). Mathematical Language, από http://www.otrnet.com.au/Paul_Swan/Articles (προσπέλαση στις 15/9/2007).
42. Warren Elizabeth (2006). Comparative mathematical language in the elementary school: a longitudinal study. Educational studies in mathematics 62. Springer 2006